令和５年度専攻科入学者選抜

海事システム工学専攻　学力検査問題

数　学

注　意　事　項

1　検査開始の合図があるまで、この検査問題を開いてはならない。
2　検査問題３枚、解答用紙は３枚である。検査開始の合図があってから確かめること。
3　検査開始の合図があったら、まず、解答用紙の各ページに受験番号・氏名を記入すること。
4　文字などの印刷に不鮮明な箇所があったときは、手を挙げて監督者に知らせること。

[**第 1 問**]（33 点）

次の空欄を埋めよ。ただし，1 つの $\boxed{}$ には，0 から 9 までの整数が入るとする。

$\log_{10} 2 = 0.30103$ とする。

$\log_{10} 2^{1000} = \boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{} \log_{10} 2 = 301.03$ より $301 < \log_{10} 2^{1000} < 302$ が成り立つ。

ここで

$\log_{10} 10^{301} = \boxed{}\boxed{}\boxed{}$ であり $\log_{10} 10^{302} = \boxed{}\boxed{}\boxed{}$ であるから，

$\log_{10} 10^{301} < \log_{10} 2^{1000} < \log_{10} 10^{302}$ が成り立つ。

よって，$10^{301} < 2^{1000} < 10^{302}$ であるから，

2^{1000} は $\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 桁の自然数である。$\cdots\cdots$①

次に，

$\log_{10} 2^{1000} = 301.03 = 301 + 0.03 = 0.03 + \log_{10} 10^{301}$ $\cdots\cdots$②

であり，$\log_{10} 1 = \boxed{}$ だから $\log_{10} 1 < 0.03 < 0.30103 = \log_{10} 2$ となるので，② より

$\log_{10} 1 + \log_{10} 10^{301} < \log_{10} 2^{1000} < \log_{10} 2 + \log_{10} 10^{301}$ が成り立つ。

ここで，

$\log_{10} 1 + \log_{10} 10^{301} = \log_{10}\left(\boxed{} \times 10^{301}\right)$

$\log_{10} 2 + \log_{10} 10^{301} = \log_{10}\left(\boxed{} \times 10^{301}\right)$

であるから，

$1 \times 10^{301} < 2^{1000} < 2 \times 10^{301}$

となる。したがって，

2^{1000} の最高位の数は $\boxed{}$ である。$\cdots\cdots$③

n を 1 から 1000 までの自然数とするとき 2^n の中から，

（つまり，2^1，2^2，2^3，$2^4, \cdots, 2^{998}$，2^{999}，2^{1000} の中から）

最高位の数が 4 であるものを小さい順に 2 個書くと

$\boxed{}$ と $\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ であり，

① ③ により，このような数は全部で $\boxed{}\boxed{}$ 個あることが分かる。

[**第 2 問**]（33 点）

次の空欄を埋めよ。ただし，1 つの $\boxed{}$ には，0 から 9 までの整数が入るとする。

(1) $y = x^3 + x^2 + x + 1$ を微分すると $y' = \boxed{}x^2 + \boxed{}x + \boxed{}$ となる。

(2) $\displaystyle\int_0^1 2x dx = \boxed{}$ である。

(3) $\displaystyle\int_0^{\pi/3} \sin x dx = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

(4) $f(x) = \sin x$ は奇関数であるから $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^7 x dx = \boxed{}$ である。

(5) $\displaystyle\int_0^1 xe^x dx = \boxed{}$ である。

(6) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = x$ で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

(7) 放物線 $y = x^2$ 上の点 $(1, 1)$ における接線の方程式は $y = \boxed{}x - \boxed{}$ で与えられる。

(8) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ のグラフは

$x = \boxed{}$ で極大値 $y = \boxed{}$

$x = \boxed{}$ で極小値 $y = \boxed{}$

をとる。

(9) 円 $x^2 + y^2 = 9$ で囲まれた図形を x 軸の周りに回転してできる立体の体積は $\boxed{}\boxed{}\pi$ である。

(10) $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{\sin x + |\cos x|} dx = \frac{\pi^{\boxed{}}}{\boxed{}}$ である。分子の空欄は π の累乗を表すとする。

[第 3 問]（34 点）

次の空欄を埋めよ。ただし，1 つの $\boxed{}$ には，0 から 9 までの整数が入るとする。

(1) $\sin 30^\circ = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$, $\cos 45^\circ = \dfrac{\boxed{}}{\sqrt{\boxed{}}}$, $\tan 60^\circ = \sqrt{\boxed{}}$, $\sin 0^\circ = \boxed{}$, $\cos 90^\circ = \boxed{}$

(2) $\vec{a} = (2, 1)$ と垂直なベクトルの 1 つは $\vec{b} = (-1, \boxed{})$ である。

(3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ の逆行列は $A^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & -7 & 5 \\ -2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ である。このとき，

$$AA^{-1} = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

(4) n を 3 以上の整数とするとき，$x + y + z = n$ を満たす正の整数 (x, y, z) の組の個数は ${}_{n-1}C_2$ で与えられる。$x + y + z = 21$ を満たす正の整数 (x, y, z) の組は，全部で $\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 個ある。ここで ${}_nC_r = \dfrac{n!}{(n-r)!r!}$ である。

(5) 正四面体の各面の形は正 $\boxed{}$ 角形である。

(6) 水 100g に食塩 30g を加えてできた食塩水からその半分を取り，残った食塩水に水 100g と食塩 35g を加えてできた食塩水の濃度は $\boxed{}\boxed{}$% である。

(7) 白玉 3 個，黒玉 3 個，赤玉 3 の計 9 個の玉全てを 3 つの箱 A，B，C に分けることを考える。分け方の数え方については同じ色の玉は区別せず，箱は区別するものとする。また，玉が入らない箱がある場合も分け方として数えるものとする。
このとき，分け方の総数は $\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 通りである。